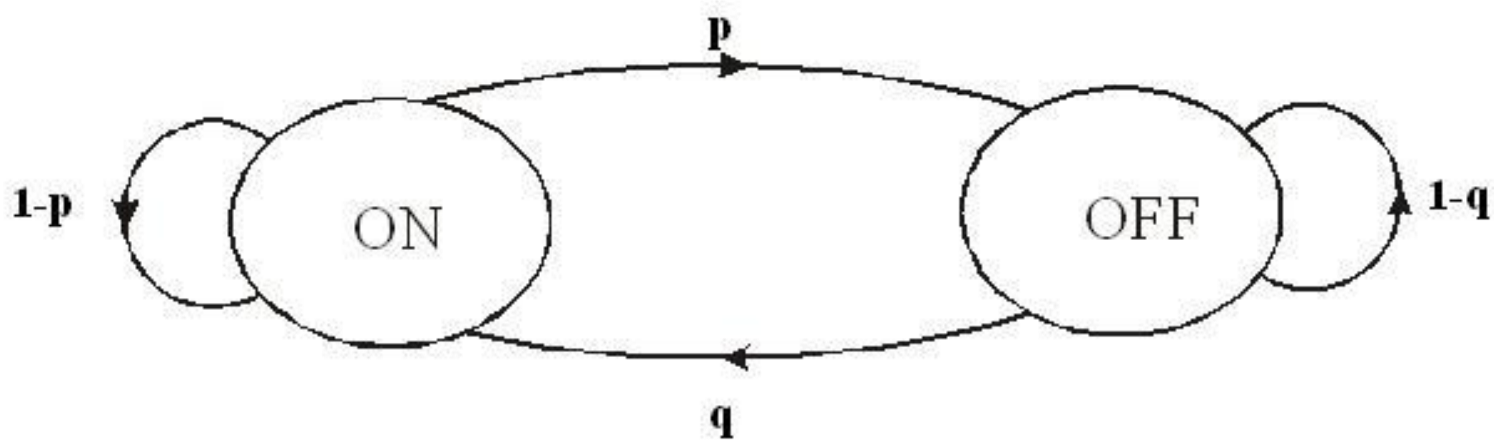
Vjezbe 6
Komutacioni sistemi

Primjer 1

On-OFF dolazni saobraćaj je primjer sporadičnog (bursty) saobraćaja. Izvor ovog saobraćaja se može naći u aktivnom (ON) stanju i neaktivnom (OFF) stanju čija trajanja imaju geometrijsku raspodjelu. Ćelije koje pripadaju istoj grupi (*burst*) su odresirane na isti izlaz čime se modeluje fragmentirani paket viših nivoa. Tokom vremenskog slota izvor će ostati u stanju ON sa vjerovatnoćom $1\text{-}p$, dok će preći u stanje OFF sa vjerovatnoćom p. Ako se sistem nalazi u stanju OFF, ostaće u tom stanju sa vjerovatnoćom $1\text{-}q$. Odrediti srednje trajanje burst-a za p=0.5 i q=0.5?

Primjer 1



IBP model saobraćaja

Primjer 1

Vjerovatnoća da se grupa ćelija sastoji od *k* ćelija je:

$$B(k) = p(1-p)^{k-1}, \quad k \geq 1$$

Ako se sistem nalazi u stanju OFF, ostaće u tom stanju sa vjerovatnoćom *1-q*. Vjerovatnoća da je ON-OFF sistem “slobodan” *k* slotova je:

$$I(k) = q(1-q)^{k}, \quad k \geq 0$$

Primjer 1

Srednje trajanje grupe se dobija kao:

$$E(B)=\sum_{k=1}^{\infty}kB(k)=\sum_{k=1}^{\infty}kp(1-p)^{k-1}=p\sum_{k=1}^{\infty}k(1-p)^{k-1}=$$

$$=-p\frac{d}{dp}\sum_{k=0}^{\infty}(1-p)^{k}=-p\frac{d}{dp}(\frac{1}{p})=\frac{1}{p}=2$$

Srednje trajanje slobodnog perioda je:

$$E(I)=\sum_{k=0}^{\infty}kI(k)=\sum_{k=0}^{\infty}kq(1-q)^{k}=q(1-q)\sum_{k=1}^{\infty}k(1-q)^{k-1}=$$

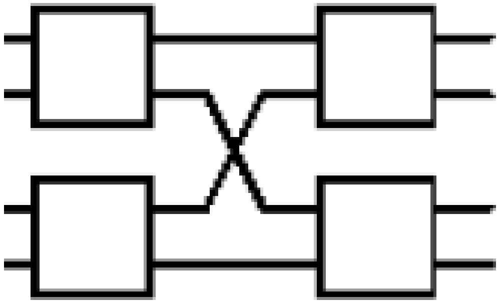
$$=-q(1-q)\frac{d}{dq}\sum_{k=0}^{\infty}(1-q)^{k}=-q(1-q)\frac{d}{dq}(\frac{1}{q})=\frac{1-q}{q}=2$$

Primjer 1

Na ulaz komutatora sa 4 ulaza i 4 izlaza dolaze paketi sa vjerovatnoćom p=1. Paket je uniformno adresiran na izlaze.

a)Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod krosbar komutatora

b)Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod banijan komutatora datog na slici

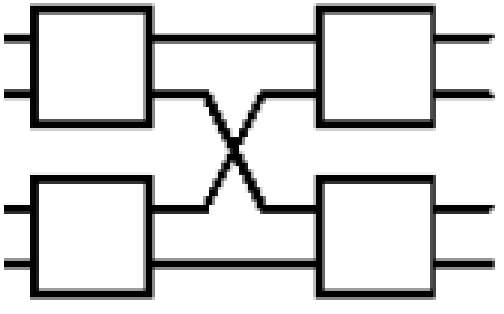


Primjer 1

a)Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod krosbar komutatora

1-N!/(N^N)=1-24/256=29/32

a)Koliko iznosi vjerovatnoća pojave kolizije kod banijan komutatora datog na slici



1324	2413	3124	4123
1342	2431	3142	4132
1423	2314	3214	4213
1432	2341	3241	4231

P=1-16/256=1-1/16=15/16

2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Za 4x4 crossbar prostorni komutator izvesti izraz za vjerovatnoću blokiranja i propusnost, u slučaju uniformnog dolaznog saobraćaja.

2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Izlazna kolizija, kod ove vrste komutatora se rješava izborom jedne od ćelija u koliziji od strane linijskog (magistralnog) kontrolera dok se ostale ćelije odbacuju .

Izbor ćelije može biti različit (slučajan, round-robin, zavisno od prioriteta komutacionih elemenata,...)

Posmatrajmo uniformni saobraćaj. Uočimo proizvoljan ulaz i i proizvoljan izlaz j. Vjerovatnoća da u jednom trenutku dolazi n ćelija adresiranih za izlaz j je

$$p_n = \binom{N}{n}\left(\frac{p}{N}\right)^n\left(1-\frac{p}{N}\right)^{N-n}$$

2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Propusnost komutatora je jednaka propusnosti izlazne magistrale. Polazeći od zakona održanja protoka i uniformnosti ulaznog saobraćaja slijedi:

$$\rho_{ul} = \rho_{iz} + \rho_{ul} P_L$$

ρ_{ul} - opterećenje na ulazu posmatrane izlazne magistrale

ρ_{iz} - propusnost posmatranog izlaza

$$\rho_{ul} = \sum_{n=1}^{N} n \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1-\frac{p}{N}\right)^{N-n} = \sum_{n=1}^{N} \frac{N!}{(N-n)!(n-1)!} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1-\frac{p}{N}\right)^{N-n} =$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} N \binom{N-1}{n} \frac{p}{N} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1-\frac{p}{N}\right)^{N-1-n} = p\left(1+\frac{p}{N}-\frac{p}{N}\right)^{N-1} = p$$

$$\rho = \rho_{iz} = \sum_{n=1}^{N} \binom{N}{n} \left(\frac{p}{N}\right)^n \left(1-\frac{p}{N}\right)^{N-n} = 1-\left(1-\frac{p}{N}\right)^N$$

2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Vjerovatnoća gubitka je:

$$P_L = \frac{\rho_{ul} - \rho_{iz}}{\rho_{ul}} = \frac{p - 1 + \left(1 - \frac{p}{N}\right)^N}{p}$$

Kod ove topologije kašnjenje i varijansa kašnjenja u prenosu zbog komutiranja su zanemarljive.

Za komutator sa beskonačnim brojem ulaza, dobija se

$$\rho = 1 - e^{-p}$$

$$P_L = \frac{p - 1 + e^{-p}}{p}$$

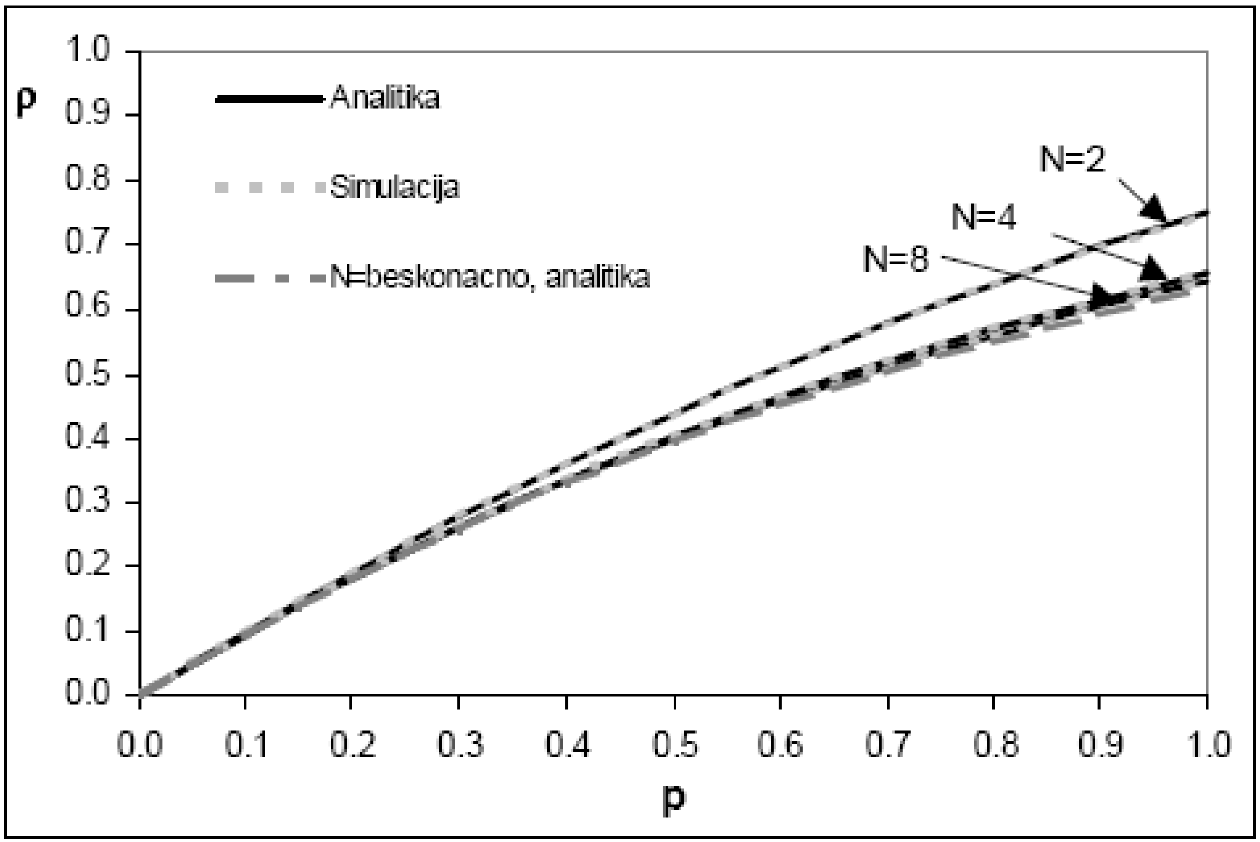
2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Za 4x4 komutator, N=4

$$P_L = \frac{p - 1 + (1 - \frac{p}{N})^N}{N} = \frac{p - 1 + (1 - \frac{p}{4})^4}{4}$$

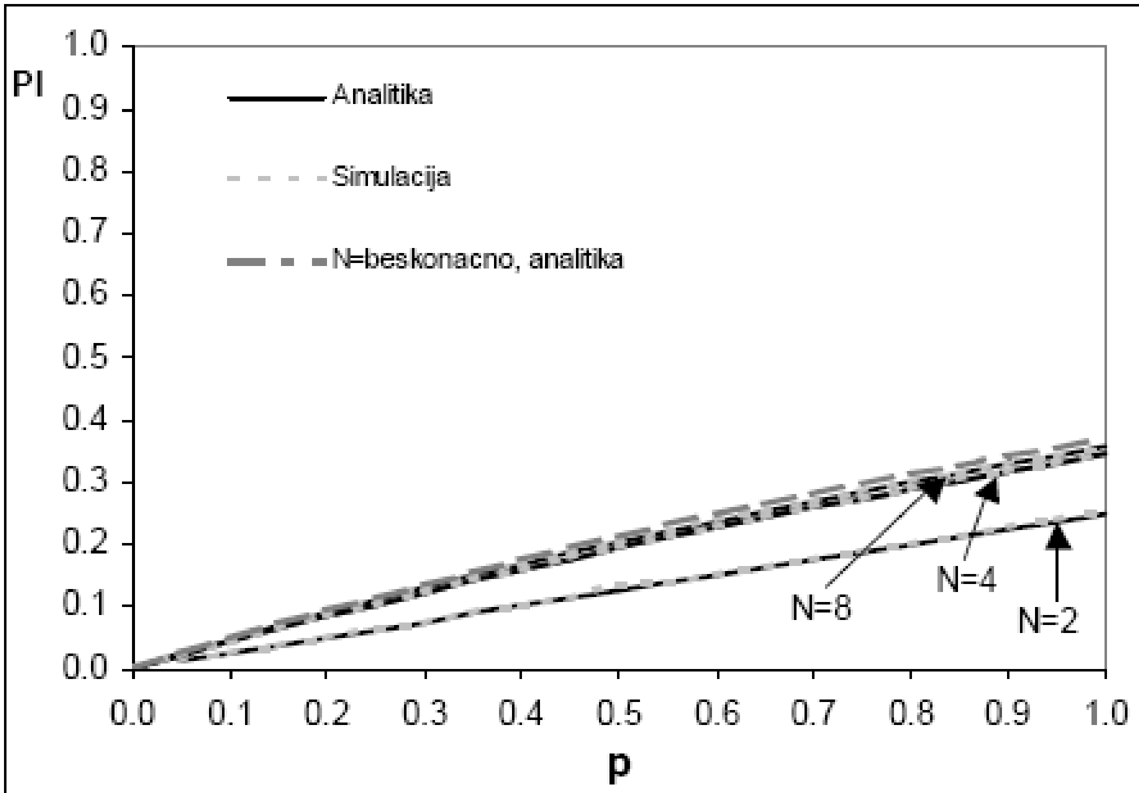
2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Propusnost komutatora ρ u funkciji ulaznog opterećanja p za različito N, za uniformni dolazni saobraćaj



2. Performanse crossbar komutatora sa odbacivanjem

Vjerovatnoća gubitka ćelija u zavisnosti od ulaznog opterećenja p za različite vrijednosti veličine komutatora N, za slučaj uniformnog dolaznog saobraćaja



3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

Za komutator sa baferima na izlazu izvesti izraz za vjerovatnoću blokiranja i srednje kašnjenje, u slučaju uniformnog dolaznog saobraćaja.

3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

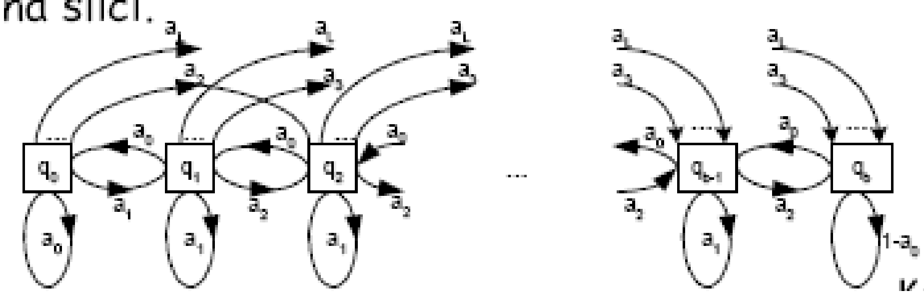
Vjerovatnoća dolaska k paketa na jedan izlaz je jednaka

$$a_k = \begin{cases} p_k, & k < L \\ \sum\limits_{k=L}^{N} p_k, & k = L \end{cases}$$

gdje je

$$p_k = \binom{N}{k}\left(\frac{p}{N}\right)^k \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{N-k} \underset{N\to\infty}{=} \frac{e^{-p} p^k}{k!}$$

Zbog uniformnosti dolaznog saobraćaja analiza samo jednog izlaznog bafera je validna za razmatranje čitavog skupa izlaznih bafera. Proizvoljan izlazni bafer se modeluje konačnim diskretnim Markovljevim lancem, pri čemu se stanje definiše kao broj ćelija u izlaznom baferu. Očigledno treba da bude $b \geq L$. Dijagram stanja ovog modela je prikazan na slici.



3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

Na osnovu metoda za rješavanje Markovljevih lanaca mogu se napisati jednačine

$$q_1 = q_0 \frac{a_1 + \ldots + a_L}{a_0}$$

$$q_i = \frac{1}{a_0}\left[q_{i-1}(1 - a_1) - \sum_{k=1}^{i-2} q_k a_{i-k+1} - q_0 a_{i-1} \right] \qquad 1 < i \le L$$

$$q_i = \frac{1}{a_0}\left[q_{i-1}(1 - a_1) - \sum_{k=i-L}^{i-2} q_k a_{i-k} \right] \qquad L < i \le b$$

$$q_0 = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{b} \frac{q_k}{q_0}}$$

3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

Korišćenjem prethodnih jednačina mogu se odrediti performanse

propusnost komutatora je jednaka propusnosti izlaznog bafera i data je relacijom

$$\rho = 1 - q_0$$

vjerovatnoća gubitka ćelija je data jednačinom konzervacije protoka

$$P_L = \frac{p - \rho}{p}$$

polazeći od poznate Litlove formule srednje kašnjenje ćelije zbog komutiranja je dato formulom

$$\overline{T} = \frac{\sum_{i=1}^{b} i q_i}{\rho}$$

3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

Brzina komutiranja *L* se bira tako da vjerovatnoća gubitka ćelije u komutatoru ne prelazi definisani nivo od za vjerovatnoću gubitka ćelija pri ulaznom opterećenju p≤0.95.

$$P_{L1} = \frac{1}{p}\sum_{k=L+1}^{N}(k-L)\binom{N}{k}\left(\frac{p}{N}\right)^{k}\left(1-\frac{p}{N}\right)^{N-k},\ N<\infty$$

$$P_{L1} = \frac{1}{p}\sum_{k=L+1}^{\infty}(k-L)\frac{e^{-p}p^{k}}{k!},\ N\to\infty$$

N	2	4	8	16	32	64	128	256	512	∞
L_{min}	2	4	8	9	10	10	10	10	10	11

3. Performanse komutatora sa baferima na izlazu

Minimalne vrijednosti veličine izlaznog bafera za različite parove (*N,Lmin*) koje imaju $P_L < 10^{-8}$ pri ulaznom opterećenju p≤0.95.

N,Lmin	2,2	4,4	8,8	16,9	32,10	64,10	128,10	256,10	512,10	∞,11
bmin	77	114	133	146	148	155	160	165	171	173

Vrijednosti za srednje čekanje pri ulaznom opterećenju 0.95 za minimalne vrijednosti veličine bafera *b* i brzine *L*

N	2	4	8	16	32	64	128	256	512	∞
$\overline{T}$	6	8	10	11	12	12	12	12	12	12